

Development of innovative training solutions in the field of functional evaluation aimed at updating of the curricula of health sciences schools



MODUL BIOMECHANIK: GRUNDLAGEN DER
BIOMECHANIK ANGEWANDT AUF DEN
BEWEGUNGSAPPARAT

Didaktische Einheit A: BEWEGUNGEN



Index

1. ZIELE2	
2. GRUNDLAGEN DER BEWEGUNGEN: KINEMATIK UND KINETIK	3
2.1. Kinematik.....	3
2.2. Kinetik.....	3
2.3. Grundlegende Konzepte	4
2.3.1 Skalar vs. Vektor	4
2.3.2. Koordinatensystem.....	7
3. GRUNDLEGENDE BEGRIFFE DER LINEAREN BEWEGUNGEN: POSITION, WEG, GESCHWINDIGKEIT UND BESCHLEUNIGUNG	10
3.1 Grundlegende Konzepte bei linearen Bewegungen in einer Dimension	10
3.2 Grundlegende Konzepte bei linearen Bewegungen in mehr als einer Dimension ...	12
4. GRUNDLEGENDE BEGRIFFE BEI KREISBEWEGUNGEN: WINKEL, WINKELGESCHWINDIGKEIT UND WINKELBESCHLEUNIGUNG.	14
5. GRUNDLAGEN DER MENSCHLICHEN BEWEGUNG: BEWEGUNGSEBENEN UND EULER-WINKEL	16
6. REFERENZEN	19

1. Ziele

- Die Grundlagen von Bewegungen (Kinematik) und die Unterschiede zu den Ursachen, die sie erzeugen (Kinetik), kennen.
- Beschreibung der grundlegenden Konzepte bei linearen Bewegungen: Position, Verschiebung, Geschwindigkeit und Beschleunigung.
- Definition der grundlegenden Begriffe bei Kreisbewegungen: Winkel, Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung.
- Grundlagen der menschlichen Bewegung erlernen: Bewegungsebenen und Euler-Winkel.

2. Grundlagen der Bewegungen: Kinematik und Kinetik

Die Untersuchung der Bewegung von Lebewesen mit Hilfe der Wissenschaft der Mechanik wird durch die Biomechanik durchgeführt.

2.1. Kinematik

Der Teil der Mechanik, der die Bewegung von Körpern (auf einer geraden Linie oder in einer Drehung) analysiert, ohne die Kräfte zu berücksichtigen, die sie verursachen, wird **Kinematik** genannt. Die Kinematik beschreibt die Bewegung eines Körpers durch verschiedene Variablen:

- Seine Positionen und Trajektorie (wo befindet sich der Körper in jedem Moment?)
- Seine Geschwindigkeit (Wie schnell bewegt er sich?)
- Seine Beschleunigung (Wie ändert sich die Geschwindigkeit?)

Beispiele für kinematische Variablen, die sich auf die Bewegung beziehen, sind Position, Verschiebung/Trajektorie, Zeit, Winkel/Bewegungsbereich, Geschwindigkeit und Beschleunigung.

Zusammengefasst:

Die Kinematik beantwortet die Frage, wie sich ein Körper bewegt.

2.2. Kinetik

Der Teil der Mechanik, der die Ursachen der Bewegung von Körpern (Kräfte) untersucht, wird **Kinetik*** genannt. Die Kinetik beschreibt die Kräfte, die auf einen Körper wirken, um eine Bewegung zu erzeugen.

Beispiele für kinetische Größen im Zusammenhang mit Bewegung sind jede Art von Kraft (Reibung, Bodenreaktion, Gravitation usw.), Arbeit, Impuls, Drehmoment, Energie, Leistung und Widerstand.

Zusammengefasst:

Die Kinetik beantwortet die Frage, warum sich ein Körper bewegt.

In den meisten biomechanischen Studien wird der zu analysierende Körper als starr angenommen, so dass Verformungen seiner Form ignoriert werden können. Daher wird das Skelettsystem als starrer Körper betrachtet, dessen Bewegung auf den Prinzipien der Starrkörpermechanik beruht. Diese Annahme löst wichtige und schwierige mathematische und modellierende Berechnungen ohne Verlust an Exaktheit und Genauigkeit [1].

*Kinetik und Dynamik werden oft austauschbar verwendet.

Als Teil Ihrer theoretischen Ausbildung ist es empfehlenswert, ein Video über kinematische und kinetische Unterschiede anzusehen. Über die folgenden Links können Sie auf einige Beispielfideos zugreifen:

<https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/week-1-kinematics/week-1-introduction/>

Das Material, zu dem die Hyperlinks führen, ist öffentlich und kann online eingesehen werden. Es wurde aufgrund seiner Eignung für das in dieser Unterrichtseinheit behandelte Thema (Bewegungen) ausgewählt, nachdem eine Suche mit den Begriffen "Klassische Mechanik" im oben angegebenen Web durchgeführt wurde. So können Sie mit denselben Suchbegriffen auch andere interessante öffentliche didaktische Videos finden und ansehen.

2.3. Grundlegende Konzepte

2.3.1 Skalar vs. Vektor

Die zuvor genannten mechanischen Größen (kinematisch und kinetisch) können nur durch ihre Größe definiert werden oder es kann auch eine Richtung erforderlich sein.

Variablen, die durch eine Zahl (und deren Maßeinheit) dargestellt werden können, werden als **skalar** bezeichnet.

Beispiele für skalare Variablen und ihre Einheiten im Zusammenhang mit Bewegung sind Masse (kg), Zeit (s), Bewegungsbereich/Winkel ($^{\circ}$), Leistung (W), Energie (J) und Temperatur ($^{\circ}\text{C}$).

Variablen, die sowohl durch ihre Größe als auch durch eine ihnen zugeordnete Richtung dargestellt werden, nennt man **Vektoren**.

Beispiele für Vektorvariablen im Zusammenhang mit Bewegungen sind Position, Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung, Kraft und Drehmoment/Drehmoment.

Grafisch werden Vektoren durch einen Pfeil dargestellt.

2.3.4.1. Vektor-Eigenschaften

Die Länge des Pfeils, der einen Vektor darstellt, ist proportional zur numerischen Größe dieses Vektors (bezeichnet durch $|\vec{v}|$) und die Pfeilspitze gibt die Richtung und den Sinn des Vektors an (Abbildung 1).

Beispiel:

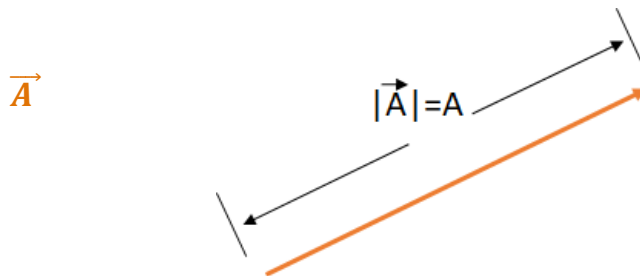


Abbildung 1: Darstellung des Vektors \vec{A}

Vektoren entspricht den traditionellen mathematischen Regeln über Addition und skalare Multiplikation (Tabelle 1 und Tabelle 2) [3].

Tabelle 1: Eigenschaften der Vektoraddition

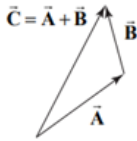
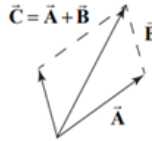
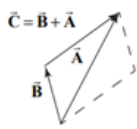
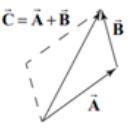
Vector Addition			
$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ 		$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ 	
Vector Commutativity	$\vec{C} = \vec{B} + \vec{A}$ 	$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ 	Vector Associativity
Identity Element for Vector Addition	$\vec{A} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{A} = \vec{A}$		Inverse Element for Vector Addition
	$\vec{A} + (-\vec{A}) = \vec{0}$		

Tabelle 2: Skalarmultiplikation von Vektoreigenschaften

Scalar Multiplication of Vectors			
Associative Law for Scalar Multiplication	$b(c\vec{A}) = (bc)\vec{A} = (cb\vec{A}) = c(b\vec{A})$	Distributive Law for Vector Addition	
Distributive Law for Scalar Multiplication		Identity Element for Scalar Multiplication	$\vec{A} + (-\vec{A}) = \vec{0}$

2.3.2. Koordinatensystem

Bei jeder biomechanischen Analyse wird ein Referenzrahmen benötigt. Er ermöglicht die Beschreibung der ein- oder dreidimensionalen Lage des zu analysierenden Körpers. Der typische Bezugsrahmen, der in der Biomechanik verwendet wird, heißt **kartesisches Koordinatensystem** (Abbildung 2). Es besteht aus einer Menge von zueinander senkrechten Achsen, die sich in einem gemeinsamen Punkt, dem Ursprung 0, treffen.

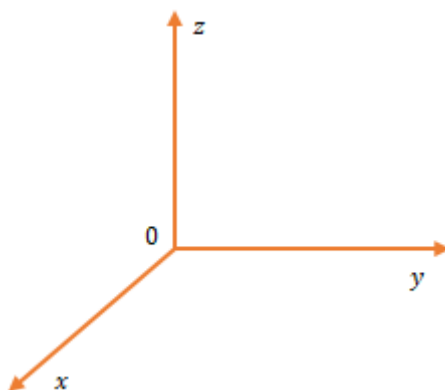


Abbildung 2: Kartesisches Koordinatensystem

Die Bewegungen in unserer Welt finden in 3D statt, deshalb hat dieses Koordinatensystem drei Achsen, die wie folgt benannt sind: x-Achse, y-Achse und z-Achse. Es gibt keinen weltweiten Standard, der festlegt, welche Achse welchem Buchstaben (und seiner positiven und negativen Richtung) entspricht, sondern es muss tatsächlich eine Konvention festgelegt werden.

Die Koordinaten eines Punktes werden üblicherweise als drei Zahlen geschrieben, die von Klammern umgeben und durch Kommas getrennt sind (x,y,z) . Jedem Koordinatensystem ist ein Satz von Einheitsvektoren zugeordnet $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ die die Richtung jeder Vektorkomponente in x-, y- und z-Achse definiert. In Abbildung 3 ist der Punkt P dargestellt, dessen Koordinaten im 3D-Raum 2,3,4 sind. Es können auch Ebenen beobachtet werden, die durch zwei Achsen gebildet werden: XY-Ebene, YZ-Ebene und XZ-Ebene.

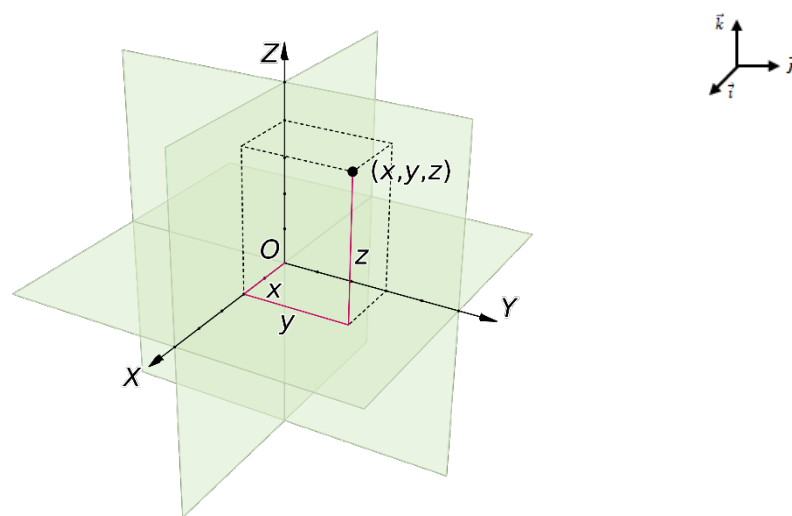


Abbildung 3: Punkt $(2,3,4)$ dargestellt im kartesischen Koordinatensystem. Entnommen aus: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Coord_system_CA_...

Nehmen wir $P = (2,3,4)$ und gehen wir dazu über, nützliche Informationen zu extrahieren:

Der Punkt P ist ein Punkt im 3D-Raum, da alle seine Komponenten verschieden von 0 sind.

Vektorkomponente in x-Achse= 2 in positiver Richtung.

Vektorkomponente in y-Achse= 3 in positiver Richtung.

Vektorkomponente in z-Achse= 4 in positiver Richtung.

Darstellung von P als Vektor durch Einheitsvektoren:

$$\vec{P} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$$

Die Größe von \vec{P} kann durch Berechnung seines Moduls erhalten werden, das per Definition

$$|\vec{P}| = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}$$

Sein:

P_x = Komponente von P in x-Achse.

P_y = Komponente von P in der y-Achse.

P_z = Komponente von P in der z-Achse.

So:

$$|\vec{P}|: \sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2} = 5.38$$

3. Grundlegende Konzepte bei linearen Bewegungen: Position, Verschiebung, Geschwindigkeit und Beschleunigung

3.1 Grundlegende Konzepte für lineare Bewegungen in einer Dimension:

Die Bewegung eines Körpers impliziert eine Änderung der Position in Bezug auf einen Bezugsrahmen (in diesem Fall das kartesische Koordinatensystem). Daher sollte zunächst die Ausgangsposition dieses Körpers in Bezug auf den Ursprung 0 bestimmt werden.

Betrachten Sie einen Körper, der sich in einer Dimension (in x-Achse) als Funktion der Zeit (t) bewegt. Seine Ausgangsposition ist durch eine **Positionskoordinate** definiert und wird mit $x(t)$ bezeichnet. Diese Koordinate kann positiv oder negativ sein, je nachdem, wo sich der Körper befindet. Wie im vorherigen Beispiel zu sehen war, hat die Positionskoordinate einen Betrag und eine Richtung, ist also ein Vektor, der als **Positionsvektor** (Abbildung 4) bezeichnet wird, einfach Vektor genannt [4].

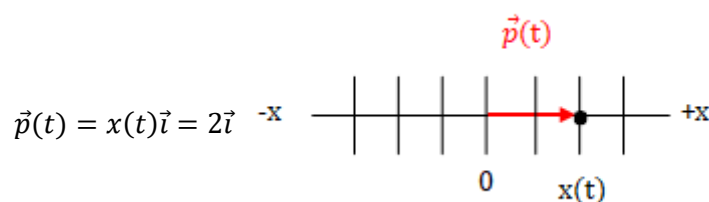


Bild 4: Darstellung des Positionsvektors \vec{p} im kartesischen Koordinatensystem

Die Änderung der Position eines Körpers während eines Zeitintervalls $[t_1, t_2]$ wird als **Verschiebungsvektor** bezeichnet (Abbildung 5). Die Verschiebung eines Körpers in Abhängigkeit von einem Zeitintervall ist die Vektordifferenz zwischen den beiden Positionsvektoren in t_1 und t_2 [4].

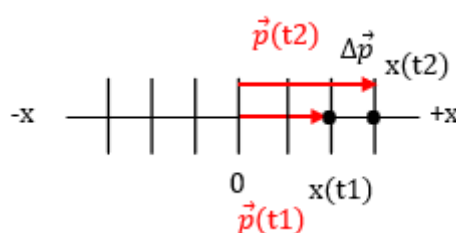


Abbildung 5: Darstellung der Verschiebung eines Vektors $\Delta \vec{p}(t)$ im kartesischen Koordinatensystem

$$\Delta \vec{p}(t) = \vec{p}(t_2) - \vec{p}(t_1) = (x(t_2) - x(t_1))\vec{i} = 3\vec{i} - 2\vec{i} = \vec{i}$$

**Im wissenschaftlichen Bereich bedeutet das Symbol Δ bedeutet die Differenz zwischen zwei Werten oder die Änderungsrate.*

Es ist allgemein bekannt, dass die Geschwindigkeit das Ergebnis der Division von Entfernung durch Zeit ist, aber die resultierende Zahl ohne Definition einer Richtung, gibt nur eine Idee über eine Größe (skalar), die in der Biomechanik nicht wirklich nützlich ist.

In der Physik ist die Geschwindigkeit die Änderungsrate der Verschiebung. Diese Rate erfordert die Kenntnis der Richtung der Geschwindigkeit (in welcher Achse sie wirkt), daher wird sie tatsächlich als Vektor betrachtet.

Betrachtet man also das Beispiel von Abbildung 5, so ist die Geschwindigkeit von $\vec{p}(t)$ in der x-Achse:

$$v_{\vec{p}} = \frac{\Delta p(t)}{\Delta(t)} \vec{i}$$

Diese Gleichung definiert die **Durchschnittsgeschwindigkeit** in einem Zeitintervall. Um die **Momentangeschwindigkeit** zu einer bestimmten Zeit zu kennen:

$$\vec{v}(t) = \frac{dp}{dt}$$

Per Definition ist die Momentangeschwindigkeit ein Vektor, der sich aus der Ableitung des Positionsvektors nach der Zeit ergibt.

Die Einheiten des internationalen Systems (SI) für die Geschwindigkeit sind Meter pro Sekunde $\left[\frac{m}{s}\right]$.

Die **Beschleunigung** ist die Rate der Geschwindigkeitsänderung. Das bedeutet, dass für den Fall, dass sich die Geschwindigkeit nicht ändert (sie ist konstant), die Beschleunigung gleich Null ist. Im Beispiel der Abbildung 5 ist die Beschleunigung von $\vec{p}(t)$ in der x-Achse:

$$a_{\vec{p}} = \frac{\Delta v(t)}{\Delta(t)} \vec{i}$$

Per mathematischer Definition ist die Beschleunigung ein Vektor, der sich aus der Ableitung des Geschwindigkeitsvektors oder der zweiten Ableitung des Positionsvektors nach der Zeit ergibt.

$$\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2p}{dt^2}$$

Die Einheiten des internationalen Systems (SI) für die Beschleunigung sind Meter pro Quadratsekunde $\left[\frac{m}{s^2}\right]$.

Für den Fall, dass die Beschleunigung konstant ist, können diese nützlichen Gleichungen verwendet werden:

$$\begin{aligned} p &= vt \\ v &= v_0 + at \\ p &= v_0t + \frac{1}{2}at^2 \\ \Delta p &= \frac{(v_0 + v)}{2}t \end{aligned}$$

3.2 Grundlegende Konzepte bei linearen Bewegungen in mehr als einer Dimension [5]:

Um die Bewegung eines Körpers in zwei oder drei Dimensionen zu beschreiben, wird jede Dimension unabhängig betrachtet. Daher betrachtet man $\vec{p}(t)$ als ein **Positionsvektor** in zwei Dimensionen (Abbildung 6):

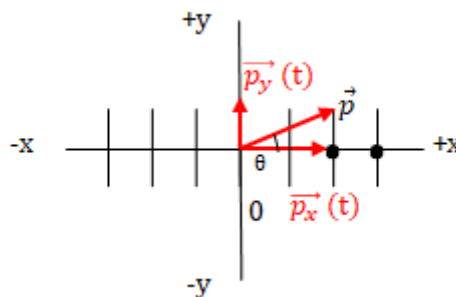


Abbildung 6: Darstellung des zweidimensionalen Positionsvektors p im kartesischen Koordinatensystem

$$\vec{p}(t) = p_x(t)\vec{i} + p_y(t)\vec{j} = p\cos\theta\vec{i} + p\sin\theta\vec{j}$$

Die Vektorposition soll in ihre x-, y- und z-Komponenten zerlegt werden. In diesem Fall p_x ist die p -Komponente in der x-Achse und p_y ist die p -Komponente in der y-Achse.

Der Rest der zuvor in einer Dimension betrachteten Gleichungen wird umgeschrieben, um die Bewegung in mehr als einer Dimension zu definieren:

$$v_{\vec{p}} = \frac{\Delta p_x(t)}{\Delta(t)}\vec{i} + \frac{\Delta p_y(t)}{\Delta(t)}\vec{j} \qquad \vec{v}(t) = \frac{dp_x}{dt} + \frac{dp_y}{dt} = v_x(t)\vec{i} + v_y(t)\vec{j}$$

$$a_{\vec{p}} = \frac{\Delta v_x(t)}{\Delta(t)} \vec{i} + \frac{\Delta v_y(t)}{\Delta(t)} \vec{j} \qquad \vec{a}(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2p}{dt^2} = a_x(t)\vec{i} + a_y(t)\vec{j}$$

Beachten Sie, dass in den Gleichungen ein positives Vorzeichen verwendet wurde, da sich die in einer und zwei Dimensionen dargestellten Positions-, Verschiebungs-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektoren in der positiven x- und y-Achse befinden. Je nachdem, wo sie sich befinden, würde das Vorzeichen in ein negatives Vorzeichen wechseln.

4. Grundlegende Begriffe bei Kreisbewegungen: Winkel, Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung.

Kreisförmige Bewegungen können auf ähnliche Weise definiert werden wie lineare Bewegungen.

Betrachten Sie einen Punkt P, der sich in einer Kreisbewegung bewegt. In Abbildung 7 ist die Position von P zu einem bestimmten Zeitpunkt beschrieben. Der Vektor Position $\vec{r}(t)$ und der Winkel θ (Winkelverschiebung) definieren, wo sich der Punkt P in Bezug auf die x- und y-Achse befindet.

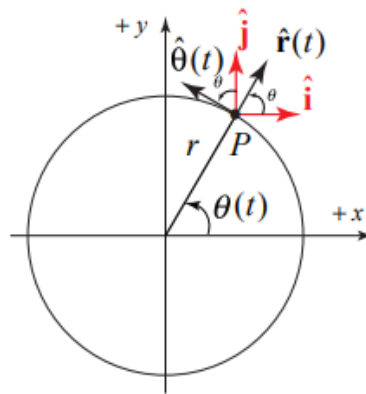


Abbildung 7: Positionsvektor $r(t)$ eines Körpers, der sich in einer Kreisbewegung mit Radius r bewegt. Entnommen aus: https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/readings/MIT8_01F16_chapter6.2.pdf [6]

Daher ist die Gleichung der Vektorposition in Bezug auf die x-Achse definiert durch:

$$\vec{r}(t) = \cos\theta(t)\vec{i} + \sin\theta(t)\vec{j}$$

Die **Winkelgeschwindigkeit (ω)** ist äquivalent zur linearen Geschwindigkeit bei linearen Bewegungen. Die Winkelgeschwindigkeit ist der Betrag der Änderungsrate des Winkels θ in Bezug auf die Zeit. Also, in dem in Abbildung 7 beschriebenen Fall [8]:

$$\omega = \frac{d\theta(t)}{dt}$$

Winkel- und Lineargeschwindigkeit sind über den Radius (r) miteinander verbunden:

$$\omega = \frac{v}{r}$$

Die Einheiten des internationalen Systems (SI) für die Winkelgeschwindigkeit sind Meter pro Sekunde $\left[\frac{\text{rad}^*}{\text{s}}\right]$.

**rad ist die Abkürzung für Radiant*

Beachten Sie, dass Winkel und Winkelgeschwindigkeit skalare Größen sind, sie sind keine Vektoren.

Winkelbeschleunigung (α) ist äquivalent zur Linearbeschleunigung bei linearen Bewegungen. Die Winkelbeschleunigung ist der Betrag der Änderungsrate der Winkelgeschwindigkeit ω in Abhängigkeit von der Zeit. Also, in dem in Abbildung 7 beschriebenen Fall [8]:

$$\alpha = \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{d^2\theta(t)}{dt^2}$$

Winkelbeschleunigung (Tangentialbeschleunigung) und Linearbeschleunigung sind über den Radius (r) miteinander verbunden:

$$\alpha = \frac{a_t}{r}$$

Die Einheiten des internationalen Systems (SI) für die Winkelbeschleunigung sind Meter pro Quadratsekunde $\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right]$.

Für den Fall, dass die Winkelbeschleunigung konstant ist, können diese nützlichen Gleichungen verwendet werden [8]:

$$\begin{aligned} \theta &= \omega t \\ \omega &= \omega_0 + \alpha t \\ \theta &= \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \end{aligned}$$

5. Grundlagen der menschlichen Bewegung: Bewegungsebenen und Euler-Winkel

Menschliche Bewegungen werden in drei Dimensionen ausgeführt, daher werden Bewegungsebenen in 3D benötigt, um sie zu beschreiben. Diese Ebenen werden durch die drei Raumachsen gebildet: Vertikal-, Longitudinal- und Lateralachse. Um diese Ebenen zu definieren, wurde die anatomische Position des Körpers berücksichtigt (Abbildung 8).

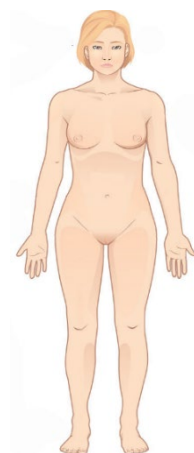


Abbildung 8: Anatomische Lage des Körpers. Entnommen aus: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b2/Anatomical_position.jpg und modifiziert durch IBV.

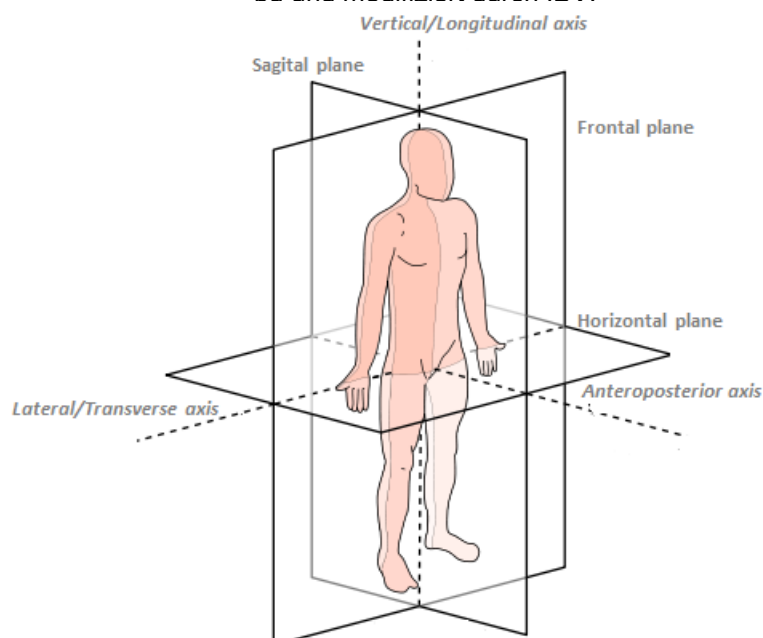


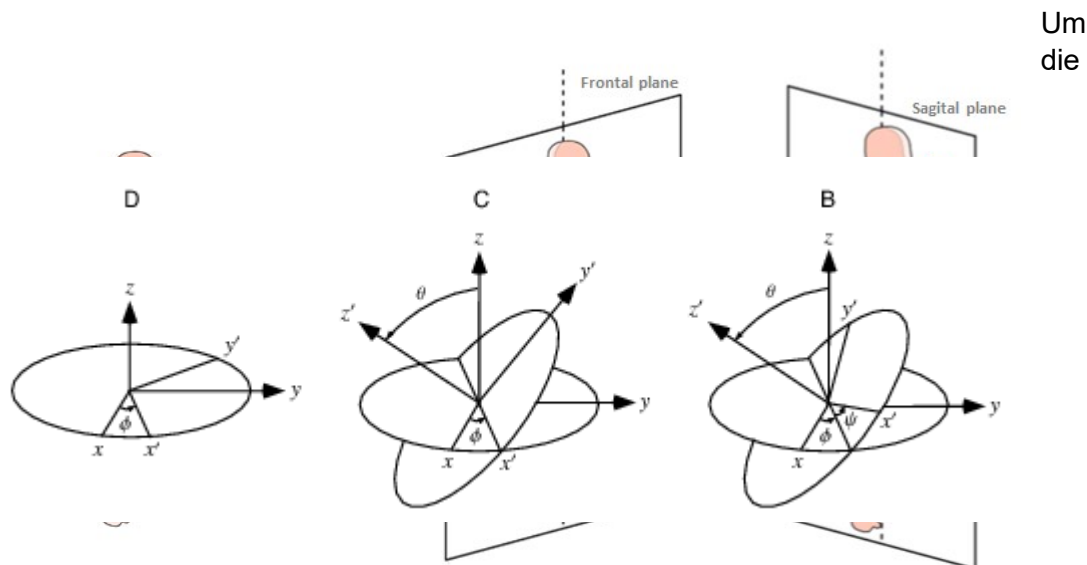
Abbildung 9: Achsen und Ebenen, die in der menschlichen Bewegung verwendet werden. Entnommen aus https://es.wikipedia.org/wiki/Plano_anat%C3%B3mico und modifiziert durch IBV

In Abbildung 10 sind die Bewegungsebenen beschrieben. In jeder Ebene sind die folgenden Bewegungen definiert:

Horizontale Ebene: Rotationsbewegungen (Abbildung 10, links)

Frontale Ebene: Abduktions- und Adduktionsbewegungen (Abbildung 10, Mitte)

Sagittale Ebene: Flexions- und Extensionsbewegungen (Abbildung 10, rechts)



Um die

Abbildung 10: Ebenen und Bewegungen in jeder Ebene. Links: Rotationsbewegungen in der horizontalen Ebene; Mitte: Abduktions- und Adduktionsbewegungen in der Frontalebene; Rechts: Flexions- und Extensionsbewegungen in der Sagittalebene.

Position von zwei sich bewegenden Körpern zu beschreiben, wird die **Eulersche Methode** benötigt. Nach dieser Methode kann jede Drehung durch drei Parameter beschrieben werden, die als Euler-Winkel bezeichnet werden. Sehen wir uns ein Beispiel an (Abbildung 11)

Die Euler'schen Drehwinkel sind konventionsgemäß definiert durch (Φ, θ, Ψ) , wobei [7]:

- Die erste Drehung erfolgt um einen Winkel Φ um die z-Achse mit D (Abbildung 11, links).
- Die zweite Drehung erfolgt um einen Winkel θ in $[0, \pi]$ um die ehemalige x-Achse (jetzt x') mit C (Abbildung 11, Mitte).

Der Unterschied zu den zuvor gesehenen kartesischen Koordinatenebenen (Abbildung 9) besteht darin, dass sich das anfängliche Bezugssystem, das in der Euler-Methode verwendet wird, bei jeder Drehung ändern kann, so dass es näher an dem ist, was in der realen Welt passiert, wenn das Bezugssystem manchmal nicht fest ist.

Der Grund, warum die Eulerschen Winkel erklärt werden, ist, dass sie bei der klinischen Beurteilung sehr wichtig sind. Die Bewegungsebenen wurden zuvor unter Berücksichtigung der anatomischen Position des Körpers definiert. In dem Moment, in dem ein Gelenk seine Position im Raum ändert, können sich auch die in einer Ebene definierten Bewegungen ändern. Das bedeutet, dass z. B. Flexo-Extension-Bewegungen unter Berücksichtigung der anatomischen Position des Körpers zur sagittalen Ebene gehören, aber das bedeutet nicht, dass Flexo-Extension-Bewegungen immer in dieser Ebene ausgeführt werden (es hängt von der Ausgangsposition des Gelenks ab).

6. Referenzen

Die Referenzen sollten dem IEEE-Stil folgen. Die Reihenfolge der Einträge im Referenzteil sollte der Reihenfolge des Erscheinens im Dokument entsprechen [1].

[1] D.Knudson, fundamentals of Biomechanics. Cambrigde, 2007

[2] M. Nordin, V.H. Frankel, Basic biomechanics of the musculoskeletal system. Lippincott Williams & Wilkins, 2001.

[3] <https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/index.htm>.
Available in: https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/readings/MIT8_01F16_chapter3.pdf

[4] <https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/index.htm>.
https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/readings/MIT8_01F16_chapter4.2.pdf

[5] https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/readings/MIT8_01F16_chapter5.1.pdf

[6] https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/readings/MIT8_01F16_chapter6.2.pdf

[7] <http://mathworld.wolfram.com/EulerAngles.html>

[8] <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/rotq.html>



Die Unterstützung der Europäischen Kommission für die Erstellung dieser Veröffentlichung stellt keine Billigung des Inhalts dar, welcher nur die Ansichten der Verfasser wiedergibt, und die Kommission kann nicht für eine etwaige Verwendung der darin enthaltenen Informationen haftbar gemacht werden.

