



Erasmus+

## Development of innovative training solutions in the field of functional evaluation aimed at updating of the curricula of health sciences schools



MÓDULO DE BIOMECÁNICA: FUNDAMENTOS DE LA BIOMECÁNICA APLICADA AL SISTEMA LOCOMOTOR.

Unidad didáctica A: MOVIMIENTOS

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0. It is allowed to download this work and share it with others, but you must give credit, and you can't change it in any way or use it commercially.



## Índice

1. OBJETIVOS	2
2. FUNDAMENTOS EN LOS MOVIMIENTOS: CINEMÁTICA Y CINÉTICA	3
2.1. Cinemática .....	3
2.2. Cinética .....	3
2.3. Conceptos básicos .....	4
2.3.1 Escalar Vs Vector .....	4
2.3.2. Sistema de coordenadas .....	7
3. CONCEPTOS FUNDAMENTALES EN LOS MOVIMIENTOS LINEALES: POSICIÓN, DESPLAZAMIENTO, VELOCIDAD Y ACELERACIÓN .....	10
3.1 Conceptos fundamentales en los movimientos lineales en una dimensión... 10	
3.2 Conceptos fundamentales en movimientos lineales en más de una dimensió.. 12	
4. CONCEPTOS FUNDAMENTALES EN MOVIMIENTOS CIRCULARES: ÁNGULO, VELOCIDAD ANGULAR Y ACELERACIÓN ANGULAR .....	13
5. FUNDAMENTOS DEL MOVIMIENTO HUMANO: PLANOS DE MOVIMIENTO Y ÁNGULOS DE EULER .....	15
6. REFERENCIAS .....	18

## 1. Objetivos

---

- Conocer los fundamentos de los movimientos (cinemática) y la diferencia con las causas que los producen (cinética).
- Describir los conceptos fundamentales en los movimientos lineales: posición, desplazamiento, velocidad y aceleración.
- Definir los conceptos fundamentales en los movimientos circulares: ángulo, velocidad angular y aceleración angular.
- Aprender los fundamentos del movimiento humano: planos de movimiento y ángulos de Euler.

## 2. Fundamentos en los movimientos: Cinemática y cinética

---

El estudio del movimiento de los seres vivos utilizando la ciencia de la mecánica se realiza a través de la biomecánica.

### 2.1. Cinemática

La parte de la mecánica que analiza el movimiento de los cuerpos (yendo en línea recta o girando) sin considerar las fuerzas que lo provocan se llama **cinemática**. La cinemática describe el movimiento de un cuerpo a través de diferentes variables:

- Sus posiciones y trayectoria (¿dónde se ubica el cuerpo en cada momento?)
- Su velocidad (¿cómo de rápido se mueve?)
- Su aceleración (¿cómo cambia la velocidad?)

Ejemplos de variables cinemáticas relacionadas con el movimiento son la posición, el desplazamiento/trayectoria, tiempo, ángulo/rango de movimiento, velocidad y aceleración.

En resumen:

La cinemática responde las preguntas sobre cómo se mueve un cuerpo.

### 2.2. Cinética

La parte de la mecánica que estudia las causas del movimiento de un cuerpo (fuerzas) se llama **cinética**\*.

La cinética describe las fuerzas que actúan sobre un cuerpo para producir movimiento.

Ejemplos de variables cinéticas relacionadas con el movimiento son cualquier tipo de fuerza (fricción, fuerza de reacción del suelo, gravitacional, etc.), trabajo, momentos, torsión, energía, potencia y resistencia.

En resumen:

La cinemática responde a las preguntas sobre por qué se mueve un cuerpo.

En la mayoría de estudios biomecánicos, se supone que el cuerpo que se analiza es rígido, por lo que se pueden ignorar las deformaciones. Por tanto, el sistema esquelético se considera un cuerpo rígido cuyo movimiento está basado en principios mecánicos de cuerpo rígido. Esta suposición resuelve cálculos matemáticos y de modelado importantes y difíciles sin pérdida de exactitud y precisión [1].

\*Cinética y dinámica se utilizan a menudo indistintamente.

Como parte de su formación teórica, se recomienda ver un vídeo sobre las diferencias cinemáticas y cinéticas. Puede acceder a algunos videos de ejemplo a través de los siguientes enlaces:

<https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/week-1-kinematics/week-1-introduction/>

*El material al que conducen los hipervínculos es público y está disponible para su visualización en línea. Ha sido seleccionado por su adecuación a la asignatura que se trata en esta unidad didáctica (movimientos), tras realizar una búsqueda utilizando los términos "Mecánica Clásica", en la web indicada anteriormente. Como estos, puede encontrar y revisar otros videos didácticos públicos interesantes utilizando los mismos términos de búsqueda.*

## 2.3. Conceptos básicos

### 2.3.1 Escalar Vs Vector

Las variables mecánicas (cinemática y cinética) previamente mencionadas se pueden definir solamente por sus magnitudes o también podrían necesitar una dirección.

Las variables que pueden ser representadas por un número (y su unidad de medida) se denominan **escalares**.

Ejemplos de variables escalares y sus unidades relacionadas con el movimiento son: masa (Kg), tiempo (s), rango de movimiento/ángulo ( $^{\circ}$ ), potencia (W), energía (J) y temperatura ( $^{\circ}$ C).

Las variables que están representadas por ambos, sus magnitudes y una dirección asociada a ellas, se denominan **vectores**.

Ejemplos de variables vectoriales relacionadas con el movimiento son la posición, el desplazamiento, la velocidad, la aceleración, la fuerza y la torsión/momento.

Gráficamente, los vectores están representados por una flecha.

#### 2.3.4.1. Propiedades vectoriales

La longitud de la flecha que representa un vector es proporcional a la magnitud numérica de ese vector (señalado por  $|V^{\rightarrow}|$ ) y la punta de flecha indica la dirección y el sentido del vector (Figura 1).

Ejemplo:

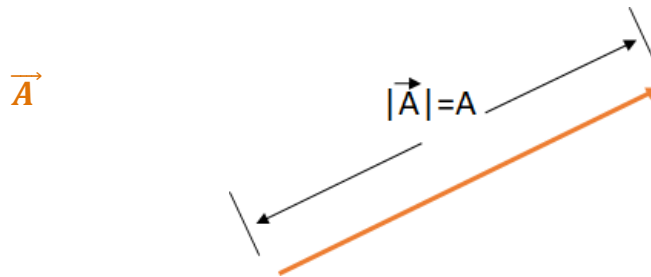


Figura 1: Representación del vector  $\vec{A}$

Los vectores cumplen con las reglas matemáticas tradicionales sobre la suma y la multiplicación escalar (Tabla 1 y Tabla 2) [3].

Tabla 1: Propiedades de suma de vectores

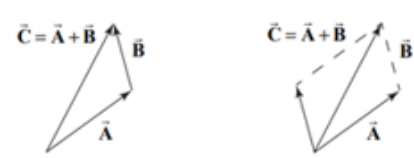
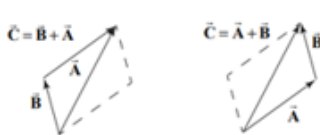
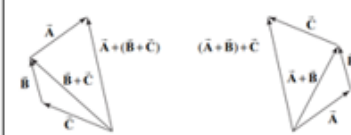
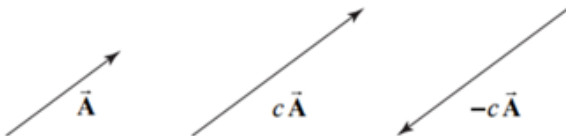
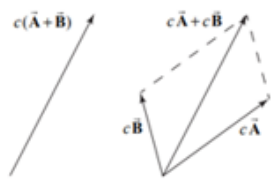
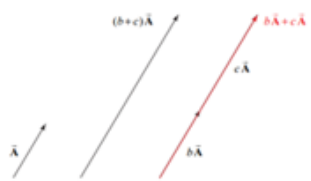
Suma de vectores				
				
Conmutatividad vectorial		Vector de asociatividad		
Elemento de identidad para la suma de vectores	$\vec{A} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{A} = \vec{A}$		Elemento inverso para la suma de vectores	$\vec{A} + (-\vec{A}) = \vec{0}$

Tabla 2: Multiplicación escalar de propiedades vectoriales

Multiplicación escalar de vectores			
			
<p>Ley asociativa para la multiplicación escalar</p>	$b(c\vec{A}) = (bc)\vec{A} = (cb\vec{A}) = c(b\vec{A})$	<p>Ley distributiva para la suma de vectores</p>	
<p>Ley distributiva para la multiplicación escalar</p>		<p>Elemento de identidad para multiplicación escalar</p>	$\vec{A} + (-\vec{A}) = \vec{0}$

### 2.3.2. Sistema de coordenadas

En cualquier análisis biomecánico, se requiere un marco de referencia. Permite la descripción de la posición unidimensional o tridimensional del cuerpo en análisis. El marco de referencia típico utilizado en biomecánica se denomina **sistema de coordenadas cartesianas** (Figura 2). Consiste en un conjunto de ejes mutuamente perpendiculares, que se encuentran en un punto común, cuyo origen es 0.

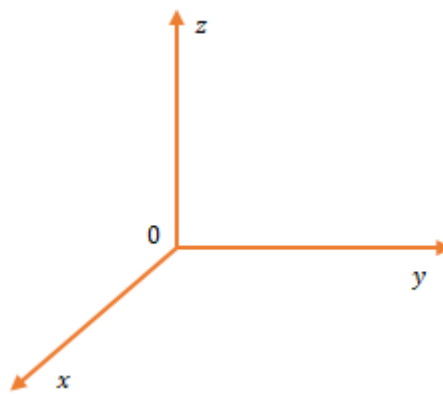


Figura 2: Sistema de Coordenadas Cartesiano

Los movimientos en nuestro mundo se realizan en 3D, por lo que este sistema de coordenadas tiene tres ejes nombrados de la siguiente manera: eje x, eje y y eje z. No existe un estándar mundial que determine qué eje corresponde a qué letra (y su dirección positiva y negativa) pero para establecer una convención sí se debe determinar.

Las coordenadas de un punto generalmente se escriben como tres números entre paréntesis y separados por comas (x, y, z). Cada sistema de coordenadas tiene un conjunto de vectores unitarios asociados ( $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$ ) que define la dirección de cada componente vectorial en los ejes x, y y z. En la Figura 3, se representa el punto P cuyas coordenadas en el espacio 3D son 2,3,4. También se pueden observar planos formados por dos ejes: plano XY, plano YZ y plano XZ.



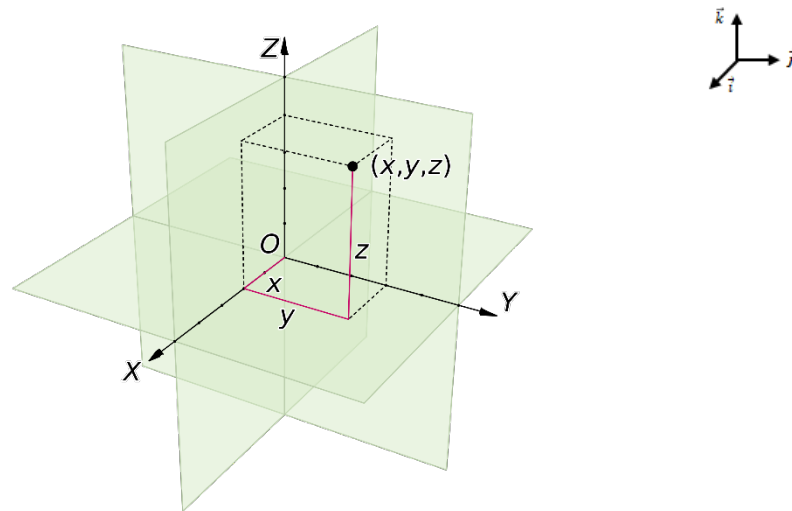


Figura 3: Puntos (2,3,4) representados por el sistema de Coordenadas Cartesiano. Extraído de:

[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Coord\\_system\\_CA\\_0.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Coord_system_CA_0.svg)

Tomando  $P = (2,3,4)$ , vayamos a extraer información útil:

El punto  $P$  es un punto en el espacio 3D porque todos sus componentes son diferentes a 0.

Componente vectorial en el eje  $x = 2$  en dirección positiva.

Componente vectorial en el eje  $y = 3$  en dirección positiva.

Componente vectorial en el eje  $z = 4$  en dirección positiva.

Representación de  $P$  como un vector usando vectores unitarios:

$$\vec{P} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$$

La magnitud de  $\vec{P}$  se puede obtener calculando su módulo, que, por definición:

$$|\vec{P}| = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}$$

Siendo:

$P_x$  = Componente de P en el eje x.

$P_y$  = Componente de P en el eje y.

$P_z$  = Componente de P en el eje z.

Por lo que:

$$|\vec{P}|: \sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2} = 5.38$$

### 3. Conceptos fundamentales en los movimientos lineales: posición, desplazamiento, velocidad y aceleración

#### 3.1 Conceptos fundamentales en los movimientos lineales en una dimensión:

El movimiento de un cuerpo implica un cambio de posición con respecto a un marco de referencia (en este caso, el Sistema de Coordenadas Cartesianas). Entonces, en primer lugar la posición inicial de ese cuerpo con respecto al origen 0 debe ser determinada.

Considere un cuerpo que se mueve en una dimensión (en el eje  $x$ ) en función del tiempo ( $t$ ). Su posición inicial está definida por una **coordenada de posición** y representada por  $x(t)$ . Esta coordenada puede ser positiva o negativa dependiendo de dónde se encuentre el cuerpo. Como se vio en el ejemplo anterior, la coordenada de posición tiene una magnitud y una dirección, por lo tanto es un vector, que se representa como un **vector de posición** (Figura 4), llamado simplemente vector [4].

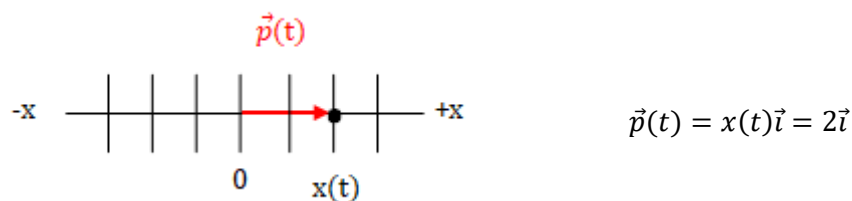


Figura 4: Representación de un vector de posición  $\vec{p}$  en el sistema de coordenadas cartesianas

El cambio de posición de un cuerpo durante un intervalo de tiempo  $[t_1, t_2]$  se denomina **vector de desplazamiento** (Figura 5). El desplazamiento de un cuerpo en función de un intervalo de tiempo es la diferencia vectorial entre los dos vectores de posición en  $t_1$  y  $t_2$  [4].

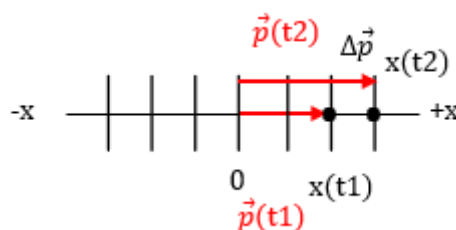


Figura 5: Representación del desplazamiento de un vector  $\Delta \vec{p}(t)$  en el sistema de Coordenadas Cartesianas

$$\Delta \vec{p}(t) = \vec{p}(t_2) - \vec{p}(t_1) = (x(t_2) - x(t_1))\vec{i} = 3\vec{i} - 2\vec{i} = \vec{i}$$

*\*En el campo de la ciencia, el símbolo  $\Delta$  significa la diferencia entre dos valores o la tasa de cambio*

Se sabe que la velocidad es el resultado de dividir la distancia en el tiempo, pero el número resultante sin definir una dirección solo da una idea de que una magnitud (escalar) no es realmente útil en biomecánica.

En física, la velocidad es la tasa de cambio de desplazamiento. Esta tasa requiere conocer la dirección de la velocidad (en qué eje actúa), por lo que de hecho se considera un vector.

Entonces, considerando el ejemplo de la Figura 5, la velocidad de  $\vec{p}(t)$  en el eje x:

$$v_{\vec{p}} = \frac{\Delta p(t)}{\Delta(t)} \vec{i}$$

Esta ecuación define la **velocidad promedio** en un intervalo de tiempo. Para conocer la **velocidad instantánea** en un momento determinado:

$$\vec{v}(t) = \frac{dp}{dt}$$

Por definición, la velocidad instantánea es un vector resultante de la derivada del vector de posición con respecto al tiempo.

Las unidades de velocidad del Sistema Internacional (SI) son metros por segundo  $\left[\frac{m}{s}\right]$ .

La **aceleración** es la tasa de cambio de velocidad. Significa que en el caso de que la velocidad no cambie (es constante), la aceleración es igual a cero. Considerando el ejemplo de la figura 5, aceleración de  $\vec{p}(t)$  en el eje x:

$$a_{\vec{p}} = \frac{\Delta v(t)}{\Delta(t)} \vec{i}$$

Por definición matemática, la aceleración es un vector resultante de la derivada del vector de velocidad o la segunda derivada del vector de posición con respecto al tiempo.

$$\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2p}{dt^2}$$

Las unidades del Sistema Internacional (SI) para la aceleración son metros por segundo al cuadrado  $\left[\frac{m}{s^2}\right]$ .

En el caso de que la aceleración sea constante, se pueden utilizar estas útiles ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 p &= vt \\
 v &= v_0 + at \\
 p &= v_0t + \frac{1}{2}at^2 \\
 \Delta p &= \frac{(v_0 + v)}{2}t
 \end{aligned}$$

### 3.2 Conceptos fundamentales en movimientos lineales en más de una dimensión [5]:

Para describir el movimiento de un cuerpo en dos o tres dimensiones, cada dimensión se considera de forma independiente. Por tanto, considerando  $\vec{p}(t)$  como un **vector de posición** en dos dimensiones (Figura 6):

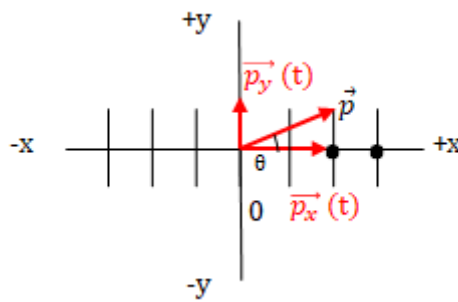


Figura 6: Representación del vector de posición de dos dimensiones  $p$  en el sistema de Coordenadas Cartesianas

$$\vec{p}(t) = p_x(t)\vec{i} + p_y(t)\vec{j} = p\cos\theta\vec{i} + p\sin\theta\vec{j}$$

La posición del vector debe descomponerse en sus componentes  $x$ ,  $y$  y  $z$ . En este caso,  $p_x$  es el componente  $p$  en el eje  $x$  y  $p_y$  es el componente  $p$  en el eje  $y$ .

El resto de ecuaciones vistas anteriormente en una dimensión se reescriben para definir el movimiento en más de una dimensión:

$$v_{\vec{p}} = \frac{\Delta p_x(t)}{\Delta(t)}\vec{i} + \frac{\Delta p_y(t)}{\Delta(t)}\vec{j} \qquad \vec{v}(t) = \frac{dp_x}{dt} + \frac{dp_y}{dt} = v_x(t)\vec{i} + v_y(t)\vec{j}$$

$$a_{\vec{p}} = \frac{\Delta v_x(t)}{\Delta(t)}\vec{i} + \frac{\Delta v_y(t)}{\Delta(t)}\vec{j} \qquad \vec{a}(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2p}{dt^2} = a_x(t)\vec{i} + a_y(t)\vec{j}$$

Observe que se ha usado un signo positivo en las ecuaciones porque los vectores de posición, desplazamiento, velocidad y aceleración representados en una y dos dimensiones están ubicados en los ejes  $x$  e  $y$  positivos. Cambiaría a signo negativo según su ubicación.

## 4. Conceptos fundamentales en movimientos circulares: ángulo, velocidad angular y aceleración angular.

Los movimientos circulares se pueden definir de manera similar a los movimientos lineales.

Considere un punto P que se mueve en un movimiento circular. En la figura 7 se describe la posición de P en un momento determinado. La posición del vector  $\vec{r}(t)$  y el ángulo  $\theta$  (desplazamiento angular) definen dónde se ubica el punto P con respecto a los ejes x e y.

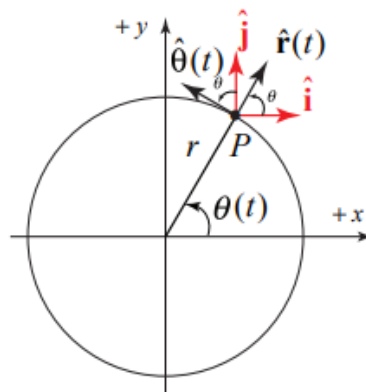


Figura 7: Posición del vector  $r(t)$  de un cuerpo que se mueve en un movimiento circular de radio  $r$ . Extraído de: [https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/readings/MIT8\\_01F16\\_chapter6.2.pdf](https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/readings/MIT8_01F16_chapter6.2.pdf) [6]

Por tanto, la ecuación de la posición del vector con respecto al eje x se define por:

$$\vec{r}(t) = \cos\theta(t)\vec{i} + \sin\theta(t)\vec{j}$$

**La velocidad angular ( $\omega$ )** es equivalente a la velocidad lineal en movimientos lineales. La velocidad angular es la magnitud de la tasa de cambio del ángulo  $\theta$  con respecto al tiempo. Entonces, en el caso descrito en la figura 7 [8]:

$$\omega = \frac{d\theta(t)}{dt}$$

La velocidad angular y lineal están relacionadas por el radio ( $r$ ):

$$\omega = \frac{v}{r}$$

Las unidades del sistema internacional (SI) para la velocidad angular son metros por segundo  $\left[\frac{\text{rad}^*}{\text{s}}\right]$ .

\*rad es el acrónimo de radianes

Observe que el ángulo y la velocidad angular son magnitudes escalares, no son vectores.

La **aceleración angular ( $\alpha$ )** es equivalente a la aceleración lineal en movimientos lineales. La aceleración angular es la magnitud de la tasa de cambio de la velocidad angular  $\omega$  con respecto al tiempo. Entonces, en el caso descrito en la figura 7 [8]:

$$\alpha = \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{d^2\theta(t)}{dt^2}$$

La aceleración angular (tangencial) y lineal están relacionadas por el radio ( $r$ ):

$$\alpha = \frac{a_t}{r}$$

Las unidades del Sistema Internacional (SI) para la aceleración angular son metros por segundo al cuadrado  $\left[\frac{rad}{s^2}\right]$ .

En el caso de que la aceleración angular sea constante, se pueden utilizar estas útiles ecuaciones [8]:

$$\begin{aligned}\theta &= \omega t \\ \omega &= \omega_0 + \alpha t \\ \theta &= \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2\end{aligned}$$

## 5. Fundamentos del movimiento humano: planos de movimiento y ángulos de Euler

Los movimientos humanos se realizan en tres dimensiones, por lo que se requieren planos de movimiento en 3D para describirlos. Estos planos están conformados por los tres ejes espaciales: eje vertical, longitudinal y lateral. Para definir estos planos se ha considerado la posición anatómica del cuerpo (Figura 8).



Figura 8: Posición anatómica del cuerpo. Extraído de: [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b2/Anatomical\\_position.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b2/Anatomical_position.jpg) y modificado por IBV.

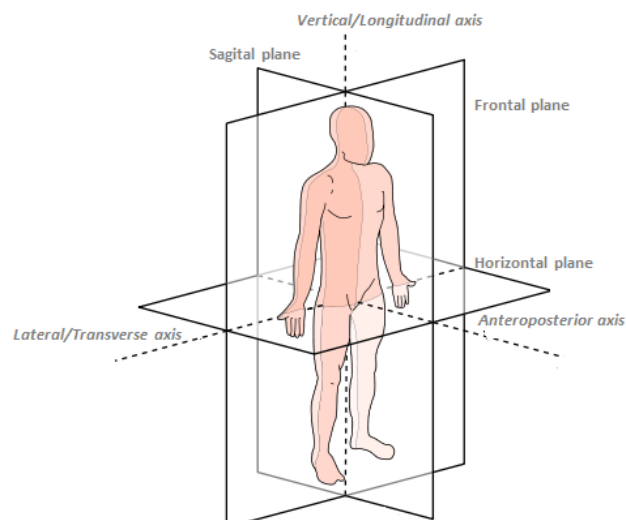


Figura 9: Ejes y planos utilizados en el movimiento humano. Extraído de [https://es.wikipedia.org/wiki/Plano\\_anat%C3%B3mico](https://es.wikipedia.org/wiki/Plano_anat%C3%B3mico) y modificado por IBV



En la figura 10 se describen los planos de movimiento. En cada plano se definen los siguientes movimientos:

Plano horizontal: movimientos de rotación (Figura 10, izquierda)

Plano frontal: movimientos de abducción y aducción (Figura 10, centro)

Plano sagital: movimientos de flexión y extensión (Figura 10, derecha)

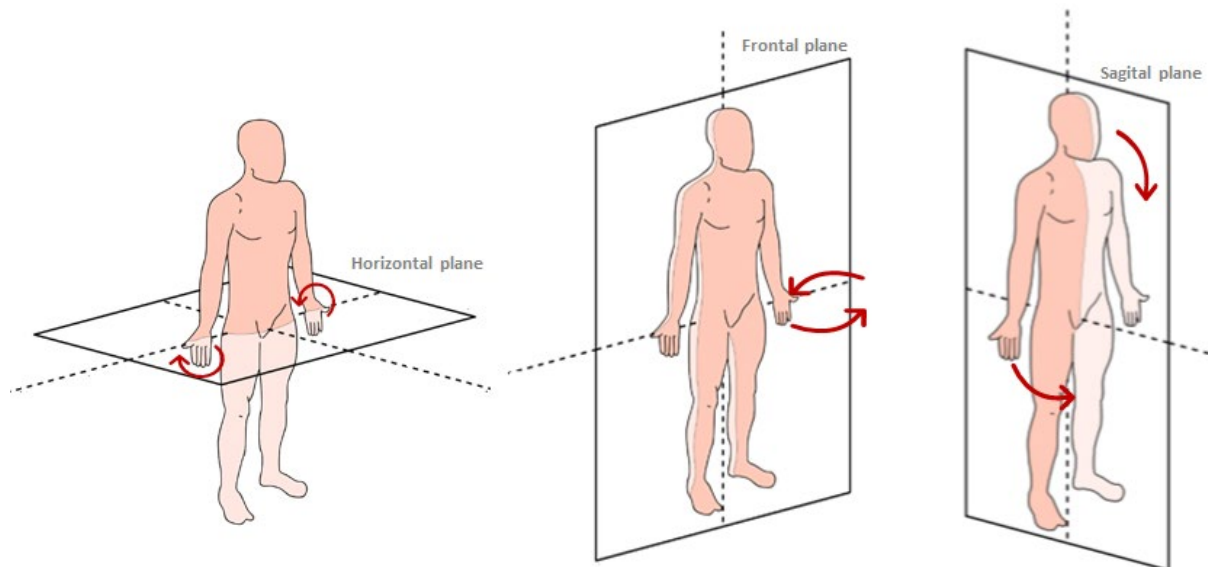


Figura 10: Planos y movimientos en cada plano. Izquierda: movimientos de rotación en plano horizontal; Centro: movimientos de abducción y aducción en plano frontal; Derecha: movimientos de flexión y extensión en plano sagital.

Para describir la posición de dos cuerpos en movimiento se requiere el **método de Euler**. Según ese método, cualquier rotación podría describirse utilizando tres parámetros que se denominan ángulos de Euler. Veamos un ejemplo (Figura 11)

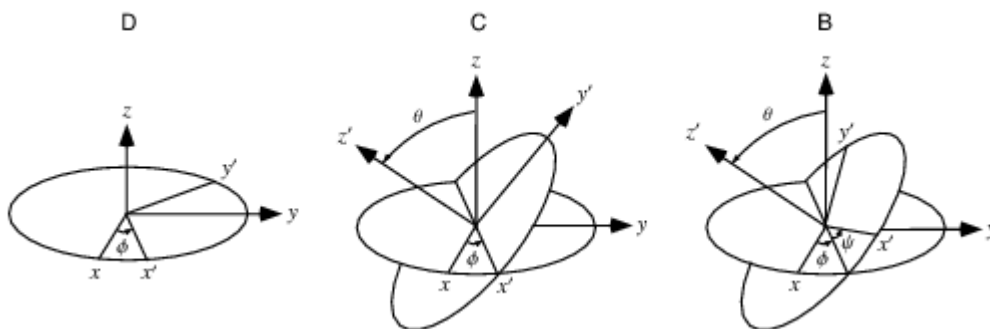


Figura 11: Ángulos de Euler. Extraído de: <http://mathworld.wolfram.com/EulerAngles.html>

Los ángulos de rotación de Euler están, por convención, definidos por  $(\Phi, \theta, \Psi)$ , donde [7]:

- La primera rotación es en un ángulo  $\Phi$  con respecto al eje z usando D (figura 11, izquierda).
- La segunda rotación es en un ángulo  $\theta$  en  $[0, \pi]$  con respecto al eje x anterior (ahora x') usando C (Figura 11, centro).
- La tercera rotación es un ángulo  $\Psi$  con respecto al eje z anterior (ahora z') usando B (Figura 11, derecha).

La diferencia con los planos cartesianos de coordenadas vistos anteriormente (Figura 9), es que el sistema de referencia inicial utilizado en el método de Euler puede cambiar en cada rotación, por lo que está más cerca de lo que sucede en el mundo real cuando a veces el sistema de referencia no es reparado.

La razón por la que se explican los ángulos de Euler es porque son muy importantes en la evaluación clínica. Los planos de movimiento se han definido previamente considerando la posición anatómica del cuerpo. En el momento en que una articulación cambia de posición en el espacio, los movimientos definidos en un plano también pueden cambiar. Esto significa que, por ejemplo, los movimientos de flexo-extensión pertenecen al plano sagital considerando la posición anatómica del cuerpo, pero no implica que los movimientos de flexo-extensión se realicen siempre en ese plano (dependerá de la posición inicial de la articulación).

## 6. Referencias

---

Las referencias deben seguir el estilo IEEE. El orden de las entradas en la sección de referencia debe estar en el orden de aparición en el documento [1].

[1] D.Knudson, fundamentals of Biomechanics. Cambrigde, 2007

[2] M. Nordin, V.H. Frankel, Basic biomechanics of the musculoskeletal system. Lippincott Williams & Wilkins, 2001.

[3] <https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/index.htm>. Available in: [https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/readings/MIT8\\_01F16\\_chapter3.pdf](https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/readings/MIT8_01F16_chapter3.pdf)

[4] <https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/index.htm>. [https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/readings/MIT8\\_01F16\\_chapter4.2.pdf](https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/readings/MIT8_01F16_chapter4.2.pdf)

[5] [https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/readings/MIT8\\_01F16\\_chapter5.1.pdf](https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/readings/MIT8_01F16_chapter5.1.pdf)

[6] [https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/readings/MIT8\\_01F16\\_chapter6.2.pdf](https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/readings/MIT8_01F16_chapter6.2.pdf)

[7] <http://mathworld.wolfram.com/EulerAngles.html>

[8] <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/rotq.html>



El apoyo de la Comisión Europea para la producción de esta publicación no constituye una aprobación del contenido, el cual refleja únicamente las opiniones de los autores, y la Comisión no se hace responsable del uso que pueda hacerse de la información contenida en la misma.

